



EGMO | 2014  
European Girls' Mathematical Olympiad  
Antalya • Turkey

Language: Spanish

Day: 2

*Domingo 13 de abril de 2014*

**Problema 4.** Encuentra todos los enteros  $n \geq 2$  para los cuales existen enteros  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  que satisfacen la siguiente condición: si  $0 < i < n$ ,  $0 < j < n$  con  $i \neq j$  y  $2i + j$  divisible entre  $n$ , entonces  $x_i < x_j$ .

**Problema 5.** Sea  $n$  un entero positivo. Se tienen  $n$  cajas y cada caja contiene un número no negativo de fichas. Un movimiento consiste en tomar dos fichas de una de las cajas, dejar una fuera de las cajas y poner la otra en otra caja. Decimos que una configuración de fichas es *resoluble* si es posible aplicar un número finito de movimientos (que puede ser igual a cero) para obtener una configuración en la que no haya cajas vacías. Determinar todas las configuraciones iniciales de fichas que no son resolubles y se vuelven resolubles al agregar una ficha en cualquiera de las cajas (sin importar en cual caja se pone la ficha).

**Problema 6.** Determina todas las funciones  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que satisfacen la siguiente condición

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

para todos  $x$  y  $y$  números reales.