



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Norwegian

Day: 2

Søndag 13. april 2014

Oppgave 4. Bestem alle heltall $n \geq 2$ for hvilke det finnes heltall x_1, x_2, \dots, x_{n-1} som er slik at for hver $0 < i < n$, $0 < j < n$, $i \neq j$ er $x_i < x_j$ dersom n deler $2i + j$.

Oppgave 5. La n være et positivt heltall. Vi har n esker som hver inneholder et visst antall (eventuelt null) steiner. Et trekk består i å velge en eske, ta ut to steiner av den, kaste den ene, og legge den andre tilbake i en annen, fritt valgt eske. En startfordeling av steiner kalles *løsbare* dersom det er mulig å foreta et endelig antall trekk (eventuelt ingen) som fører til at ingen av eskene er tomme. Bestem alle mulige startfordelinger som ikke er løsbare, men som blir det uansett hvilken eske vi legger en ekstra stein i før første trekk.

Oppgave 6. Bestem alle funksjoner $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ som tilfredsstiller

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

for alle reelle tall x og y .