



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Turkish

Day: 2

13 Nisan 2014, Pazar

Problem 4. $0 < i < n, 0 < j < n, i \neq j$ koşullarını ve $2i + j$ nin n ile bölünmesini sağlayan tüm i, j tam sayıları için $x_i < x_j$ olacak biçimde x_1, x_2, \dots, x_{n-1} tam sayılarının bulunmasını olanaklı kılan bütün $n \geq 2$ tam sayılarını belirleyiniz.

Problem 5. n pozitif bir tam sayı olsun. Başlangıçta her biri negatif olmayan sayıda taş içeren n kutumuz var. Her hamlede bir kutu seçip, bu kutudan iki taş alıyor ve bu taşların birini atıp, diğerini seçtiğimiz kutu dışında istediğimiz herhangi bir kutuya koyuyoruz. Sıfır sayıda hamle de dahil olmak üzere, sonlu hamle sonucunda hiçbir kutusu boş olmayan bir dağılıma ulaşılabilen başlangıç dağılımlarına *çözülebilir* diyelim. Çözülebilir olmayan, ama ilave bir taş hangi kutuya eklenirse eklensin çözülebilir bir dağılıma dönüşen tüm başlangıç dağılımlarını belirleyiniz.

Problem 6. Tüm x ve y gerçel sayıları için

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

koşulunu sağlayan bütün $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonlarını belirleyiniz.