



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Romanian

Day: 2

Duminică, 13 aprilie 2014

Problema 4. Determinați numerele întregi $n \geq 2$ pentru care există numere întregi x_1, x_2, \dots, x_{n-1} care satisfac condiția că dacă $0 < i < n$, $0 < j < n$, $i \neq j$ și n divide pe $2i + j$, atunci $x_i < x_j$.

Problema 5. Fie n un număr natural nenul. Avem n cutii, fiecare dintre ele putând conține un număr de pietricele. O *mutare* constă în a scoate două pietricele dintr-o cutie, la alegerea noastră, din care aruncăm una dintre pietricele și punem cealaltă dintre pietricele într-una din cutii, la alegerea noastră. O configurație inițială de pietricele este zisă *rezolvabilă* dacă este posibil să ajungem la o configurație care nu conține nicio cutie goală, într-un număr finit (poate zero) de mutări. Determinați configurațiile inițiale de pietricele care nu sunt rezolvabile, dar care devin rezolvabile prin adăugarea unei pietricele adiționale într-una din cutii, oricare ar fi aceasta.

Problema 6. Determinați funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care satisfac condiția

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

pentru orice numere reale x și y .