



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Ukrainian

Day: 1

Субота, 12 квітня, 2014 року

Задача 1. Знайдіть всі дійсні значення t для яких виконується така властивість: якщо числа a , b , c є довжинами сторін деякого не виродженого трикутника, то числа $a^2 + bct$, $b^2 + cat$, $c^2 + abt$ теж є довжинами сторін деякого не виродженого трикутника.

Задача 2. На сторонах AB та AC трикутника ABC позначено, відмінні від вершин, точки D та E відповідно так, що $DB = BC = CE$. Прямі CD та BE перетинаються у точці F . Доведіть, що центр вписаного кола I трикутника ABC , точка перетину висот H трикутника DEF і середина M дуги BAC кола описаного навколо трикутника ABC лежать на одній прямій.

Задача 3. Позначимо кількість додатніх дільників натурального числа m через $d(m)$, а кількість різних простих дільників числа m через $\omega(m)$. Нехай k натуральне число. Доведіть, що існує нескінченна кількість натуральних чисел n таких, що $\omega(n) = k$ і $d(a^2 + b^2)$ не ділиться на $d(n)$ для довільних натуральних чисел a , b , що задовольняють умову $a + b = n$.