



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Slovenian

Day: 1

Sobota, 12. april, 2014

Naloga 1. Poišči vsa realna števila t tako, da bo veljalo, če so a, b in c dolžine stranic poljubnega neizrojenega trikotnika, potem so tudi $a^2 + bct$, $b^2 + cat$ in $c^2 + abt$ dolžine stranic nekega neizrojenega trikotnika.

Naloga 2. Naj bosta D in E notranji točki na stranicama AB in AC trikotnika ABC , za kateri velja $DB = BC = CE$. Označimo presečišče premic CD in BE z F . Naj bo I središče trikotniku ABC vrtane krožnice, H višinska točka trikotnika DEF in M razpolovišče loka BC trikotniku ABC očrtane krožnice, ki vsebuje točko A . Dokaži, da so točke I, H in M kolinearne.

Naloga 3. Število vseh pozitivnih deliteljev naravnega števila m označimo z $d(m)$, število različnih praštevilskih deliteljev števila m pa označimo z $\omega(m)$. Naj bo k neko naravno število. Pokaži, da obstaja neskončno mnogo naravnih števil n tako, da je $\omega(n) = k$ in $d(n)$ ne deli $d(a^2 + b^2)$ za nobeni dve naravni števili a in b , ki ustrezata pogoju $a + b = n$.