



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Romanian

Day: 1

Sâmbătă, 12 aprilie 2014

Problema 1. Determinați constantele reale t pentru care, oricând a, b, c sunt lungimile laturilor unui triunghi nedegenerat, atunci și $a^2 + bct$, $b^2 + cat$, $c^2 + abt$ sunt lungimi ale laturilor unui triunghi nedegenerat.

Problema 2. Fie D și E puncte interioare laturilor AB , respectiv AC , ale unui triunghi ABC , astfel încât $DB = BC = CE$. Dreptele CD și BE se intersectează în punctul F . Demonstrați că centrul I al cercului înscris în triunghiul ABC , ortocentrul H al triunghiului DEF și mijlocul M al arcului BAC al cercului circumscris triunghiului ABC sunt coliniare.

Problema 3. Notăm cu $d(m)$ numărul divizorilor pozitivi ai unui număr natural nenul m , și notăm cu $\omega(m)$ numărul divizorilor pozitivi primi distincți ai lui m . Fie acum k un număr natural nenul. Demonstrați că există infinit de multe numere naturale nenule n astfel încât $\omega(n) = k$ și $d(n)$ nu divide pe $d(a^2 + b^2)$ pentru nicio pereche de numere naturale nenule a, b care satisfac $a + b = n$.