



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Italian

Day: 1

Sabato, 12 aprile 2014

Problema 1. Determinare tutte le costanti reali t tali che, se a, b, c sono le lunghezze dei lati di un triangolo non degenere, lo stesso valga per $a^2 + bct$, $b^2 + cat$, $c^2 + abt$.

Problema 2. Siano D ed E punti interni rispettivamente al lato AB e al lato AC di un triangolo ABC , tali che $DB = BC = CE$. Sia F il punto d'intersezione tra le rette CD e BE . Siano I l'incastro del triangolo ABC , H l'ortocentro del triangolo DEF , M il punto medio dell'arco BAC della circonferenza circoscritta ad ABC ; dimostrare che I, H ed M sono allineati.

Problema 3. Dato un intero positivo m , chiamiamo $d(m)$ il numero di divisori positivi di m e $\omega(m)$ il numero di divisori primi distinti di m . Sia k un intero positivo. Dimostrare che esistono infiniti interi positivi n tali che $\omega(n)$ sia uguale a k e che, se a e b sono interi positivi che soddisfano $a + b = n$, $d(n)$ non divida $d(a^2 + b^2)$.