



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Indonesian

Day: 1

Sabtu, 12 April 2014

Soal 1. Tentukan semua konstanta real t sedemikian hingga jika a, b, c adalah panjang sisi-sisi sebuah segitiga, maka $a^2 + bct$, $b^2 + cat$, $c^2 + abt$ juga merupakan panjang sisi-sisi sebuah segitiga. Segitiga yang dimaksud adalah segitiga yang non-degenerate, yaitu segitiga dengan titik-titik sudut tidak segaris.

Soal 2. Misalkan D dan E berturut-turut adalah titik di (dalam) sisi AB dan sisi AC dari segitiga ABC , sedemikian hingga $DB = BC = CE$. Misalkan garis-garis CD dan BE bertemu di F . Buktikan bahwa titik pusat lingkaran dalam I dari segitiga ABC , titik tinggi H (orthocentre) dari segitiga DEF dan titik tengah M dari busur BAC dari lingkaran luar segitiga ABC kolinear (terletak pada garis yang sama)

Soal 3. Kita misalkan banyaknya pembagi positif dari sebuah bilangan bulat positif m dengan $d(m)$ dan banyaknya pembagi prima yang berbeda dari m dengan $\omega(m)$. Misalkan k adalah bilangan bulat positif. Buktikan bahwa ada tak hingga banyaknya bilangan bulat positif n sedemikian hingga $\omega(n) = k$ dan $d(n)$ tidak membagi $d(a^2 + b^2)$ untuk semua bilangan bulat positif a, b yang memenuhi $a + b = n$.