



EGMO | 2014  
European Girls' Mathematical Olympiad  
Antalya • Turkey

Language: German

Day: 1

Samstag, 12. April 2014

**Aufgabe 1.** Bestimme alle konstanten reellen Zahlen  $t$ , sodass für jedes Tripel  $a, b, c$ , welches die Seitenlängen eines Dreiecks bildet, auch das Tripel  $a^2 + bct, b^2 + cat, c^2 + abt$  die Seitenlängen eines Dreiecks bildet.

**Aufgabe 2.** Sei  $ABC$  ein Dreieck mit Punkten  $D$  und  $E$  im Innern der Seiten  $AB$  respektive  $AC$ , sodass  $DB = BC = CE$  gilt. Sei  $F$  der Schnittpunkt der Geraden  $CD$  and  $BE$ . Sei  $I$  der Inkreismittelpunkt des Dreiecks  $ABC$ ,  $H$  der Höhenschnittpunkt des Dreiecks  $DEF$  und  $M$  der Mittelpunkt desjenigen Kreisbogens  $BC$  auf dem Umkreis des Dreiecks  $ABC$ , welcher  $A$  enthält. Zeige, dass  $I, H$  und  $M$  auf einer Geraden liegen.

**Aufgabe 3.** Für eine positive ganze Zahl  $m$  bezeichne  $d(m)$  die Anzahl positiver Teiler von  $m$  und  $\omega(m)$  die Anzahl unterschiedlicher Primfaktoren von  $m$ . Sei  $k$  eine positive ganze Zahl. Zeige, dass es unendlich viele positive ganze Zahlen  $n$  gibt, sodass (i)  $\omega(n) = k$  und (ii) für jedes Paar positiver ganzer Zahlen  $a, b$  mit  $a + b = n$  gilt:  $d(n)$  ist kein Teiler von  $d(a^2 + b^2)$ .