



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Bulgarian

Day: 1

Събота, 12 Април, 2014

Задача 1. Да се намерят всички реални числа t такива, че винаги когато a , b и c са дължини на страни на триъгълник, то $a^2 + bct$, $b^2 + cat$ и $c^2 + abt$ са също дължини на страни на триъгълник.

Задача 2. Нека D и E са такива вътрешни точки съответно за страните AB и AC на триъгълник ABC , че $DB = BC = CE$. Правите CD и BE се пресичат в точка F . Да се докаже, че центърът I на вписаната в триъгълник ABC окръжност, ортоцентъра H на триъгълник DEF и средата M на дъгата BAC от описаната около триъгълник ABC окръжност лежат на една права.

Задача 3. С $d(m)$ означаваме броя на естествените делители на естественото число m , а с $\omega(m)$ означаваме броя на различните прости делители на m . Нека k е естествено число. Да се докаже, че съществуват безбройно много естествени числа n , за които $\omega(n) = k$ и $d(n)$ не дели $d(a^2 + b^2)$ за всеки две естествени числа a и b , за които $a + b = n$.

Language: Bulgarian

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки